Université Mohammed V
Faculté des sciences
Département de physique

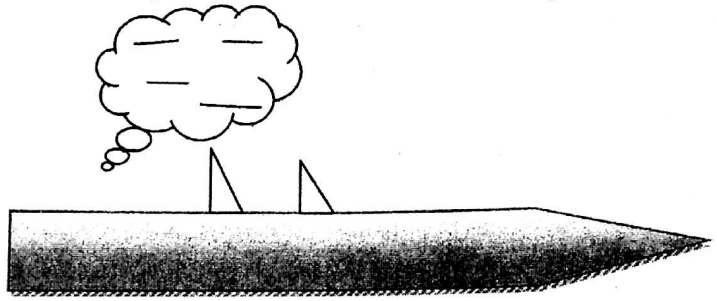
Année universitaire 2016-2017
SMIA-S2

Série n°1 d'électrostatique

Charges électrostatiques, symétries et invariances de la distribution de charges

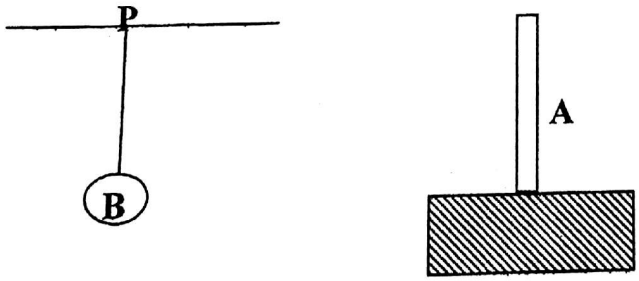
I. 1) Que se passe –t-il lorsqu'on frotte un bâton de polyéthylène avec un tissu.
2) On pose un disque métallique neutre, possédant un support isolant, sur le bâton de polyéthylène chargé. Expliquer le phénomène observé et faites un schéma.
3) On touche le disque D avec le doigt. Expliquer le phénomène observé . Faire un schéma.
4) que se passe-t-il lorsqu'on enlève le doigt
5) On enlève le disque. Expliquer et conclure.

II. Un avion vole juste au dessous d'un nuage orageux chargé négativement.



1) Que se passe-t-il pour l'avion
2) Représenter le phénomène observé
3) Que se passe-t-il lorsque l'avion s'éloigne du nuage.

III. Soient deux conducteurs A et B. A est monté sur un support isolant et B, plus léger, est suspendu par un fil au point P.



1) A est alors chargé positivement, que se passe-t-il pour B. Refaire le schéma et monter la nouvelle position d'équilibre de B.
2) Une charge positive libre, portée par une sphère petite et légère, est placée entre A chargée et B. Dans quelle direction la sphère va-t-elle se déplacer, justifier votre réponse.

IV. Electroscope

A) Test pour trouver le signe de la charge d'un objet

Soit électroscope (voir figure) chargé négativement où la feuille d'or diverge de 45° par rapport à la tige métallique.

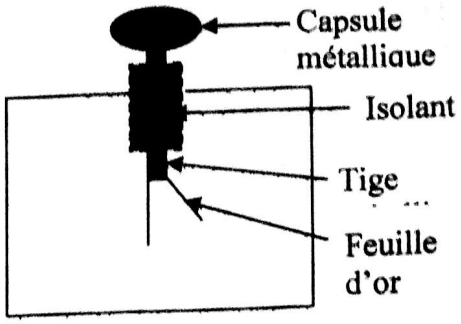
Scanned by CamScanner

1) Que se passe-t-il lorsqu'on approche de la capsule de l'électroscope :

a) un bâton de polyéthylène chargé négativement ?

b) un bâton de plexiglas chargé positivement ?

2) Que se passe-t-il si on touche la capsule avec la main ?



B) Charger un électroscope

Donner une méthode pour charger un électroscope

1) directement

2) Par phénomène d'influence

V. Dans un climat sec, quand un conducteur touche la porte de sa voiture, il peut recevoir un choc électrique au moment où son pied touche le sol.

1) Expliquer comment ceci a lieu
2) Pourquoi ceci n'a pas lieu lorsque le climat est humide
3) Certaines personnes fixent une chaîne métallique à leur voiture de telle sorte que la chaîne traîne sur la route. Comment ceci peut il empêcher les chocs électriques ?

VI. On considère :

- les coordonnées cartésiennes de vecteurs unitaires $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$,
- les coordonnées polaires de vecteurs unitaires $\vec{e}_\rho$ et $\vec{e}_\theta$
- les coordonnées cylindriques de vecteurs unitaires $\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta$ et $\vec{e}_z = \vec{k}$
- les coordonnées sphériques de vecteurs unitaires $\vec{e}_r, \vec{e}_\theta$ et $\vec{e}_\varphi$

Exprimer pour chaque cas de coordonnées (polaires, cylindriques et sphériques) les vecteurs unitaires en fonction de $\vec{i}, \vec{j}$ et $\vec{k}$ et calculer la dérivée de chaque vecteur unitaire.

VII. Soit une sphère, de centre 0 et de rayon R, portant une distribution volumique de charge de densité uniforme ρ.

a) déterminer la charge totale Q_1 portée par la sphère.

b) Déterminer les symétries et invariances de cette distribution de charge.

VIII. soit un cylindre creux d'axe OZ, de hauteur h et de rayon R, portant une distribution de charges surfacique uniforme de densité σ sur sa paroi latérale. Un fil F d'axe OZ et de longueur h, portant une distribution linéique de charge de densité uniforme λ, est placé à l'intérieur du cylindre.

a) déterminer la charge totale de système (cylindre +fil).

b) déterminer les plans et axes de symétries de cette distribution de charges ainsi que ses invariances.

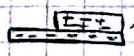
c) en supposant h tendant vers l'infini, déterminer les plans et axes de symétries de cette distribution de charges ainsi que ses invariances.

Scanned by CamScanner

Electrostatique :

Exercice 1 :

I) 1- Le bâton de polyéthylène va être chargé ⊖

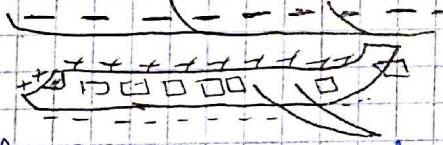
2-  → Les e⁻ de disque D sont repoussés par les charges ⊖ de T et les charges ⊕ attirées par les charges ⊖ de T ⇒ il y a des charges induites en D charge ⊖ en la face extérieure et chargé ⊕ sur la face extérieure de D.

3- Le doigt est un conducteur : les e⁻ vont vers la terre, les charges + restent en D (attirées par les (⊖) de T)

4- Lorsqu'on élève le doigt, D restera chargé ⊕ car D est isolé et les e⁻ ne pourront plus retourner en D.

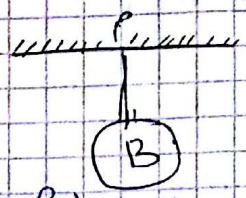
5- On sépare le disque D de l'isolant T, D reste chargé et T n'a perdu aucune charge.

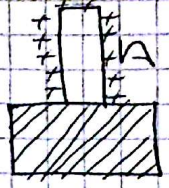
II) 1- Des charges induites sur l'avion.

2- 

3- Les charges ⊖ neutralisent les charges ⊕ l'avion redevient neutre car le nuage responsable du phénomène d'influence est loin

TD 1 :

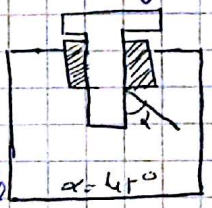
III) 1- 

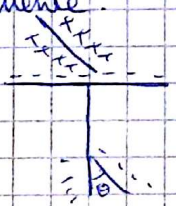


Il y a phénomène d'influence : des charges ⊕ et ⊖ apparaissent sur B : les ⊕ le plus loin possible et les ⊖ le plus proche possible. Le nombre de charges ⊖ = nbr de charges ⊕, les charges ⊖ passent B le plus loin possible et les charges ⊕ attirent B le plus proche possible. donc il y a neutralisation des forces et B restera en position d'équilibre verticale.

2- La petite sphère chargée ⊕ va s'éloigner de A car A est chargé aussi ⊕ et B restera neutre (autant de charge ⊕ que de charges ⊖)

IV) 1- a- Toutes les charges négatives s'éloignent le plus possible : la divergence de la feuille augmente.



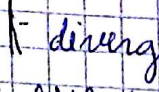
b- 

Les charges ⊖ sont attirées vers la capsule métallique et la divergence de la feuille diminue.

Rq : Un objet chargé est repoussé de la capsule chargées ⊖, si la divergence augmente, l'objet est chargé ⊖ si au contraire l'objet est chargé ⊕.

Scanned by CamScanner

2) et verre la terre


divergence diminue

les e^- de l'électroscope se retrouvent tous sur la capsule

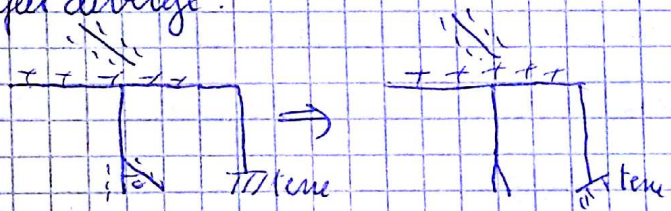
B- Chargez un électroscope:

1- directement:

on confient (frappant) la capsule de l'électroscope par le bâton de Polyéthylène chargé $\ominus$, les e^- peuvent se détacher du bâton et tomber sur la capsule.

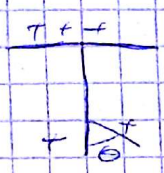
2- par phénomène d'influence:

on approche un bâton (S) chargé $\ominus$, les e^- s'éloigne de (S) vers la tige et la feuille d'or qui diverge.

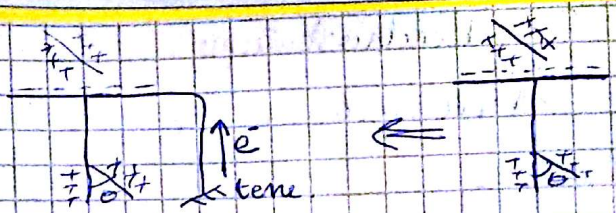


on touche la capsule avec le doigt les e^- vont vers la terre.

* on enlève (S)

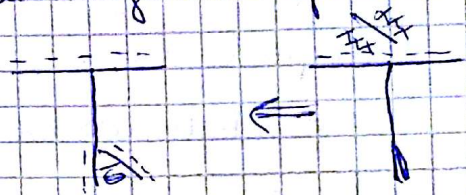


les charges $\oplus$ se répartissent sur les parties métallique et la feuille d'or: l'électroscope se charge $\oplus$



les e^- viennent de la terre pour neutraliser la charge de la tige et de la feuille.

• on retire le bâton.



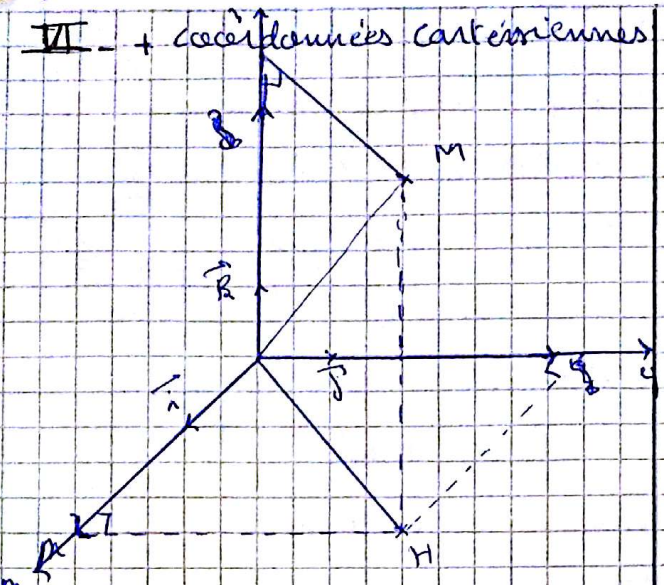
I- lorsque la voiture roule sur la route, le frottement des roues contre la route fait que des charges apparaissent sur les parties métalliques (portière, cap...)

a) lorsque le climat est sec, l'air est non conducteur donc la voiture restera chargée et lorsque le conducteur touche la portière et met le pied sur le sol, il conduit les charges entre la portière et le sol: il ressort un choc électrique.

b) lorsque le climat est humide, l'air contient de l'eau et devient conducteur donc il permet à la voiture de se décharger et la chaîne métallique relie la voiture à la terre et permet aux charges de quitter les voitures.

Scanned by CamScanner

VI - + coord données cartésiennes



Vecteurs unitaires : $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sont constants.

$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

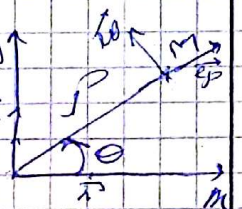
+ coord polaires :

on définit M par ses coord polaires (ρ, θ)

θ : angle entre x' et $\overrightarrow{om}$

ρ : module de $\overrightarrow{om}$.

Vecteurs unitaires : $\vec{e_\rho}, \vec{e_\theta}$

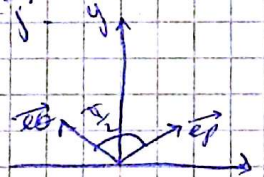


$\overrightarrow{OM} = \rho \vec{e_\rho}$. $\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \end{cases}$

$\vec{e_\rho} = \dfrac{\overrightarrow{OM}}{\rho} = \dfrac{x\vec{i} + y\vec{j}}{\rho} = \dfrac{\rho\cos\theta\,\vec{i} + \rho\sin\theta\,\vec{j}}{\rho}$

$\vec{e_\rho} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$.

$\begin{cases} \vec{e_\rho} = X\vec{i} + Y\vec{j} \\ \vec{e_\theta} = -X\vec{i} + Y\vec{j} \end{cases}$



$\begin{cases} \vec{e_\rho} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} \\ \vec{e_\theta} = -\cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} \end{cases}$

$\begin{cases} \vec{e_\rho} = \cos\theta\,\vec{i} + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\vec{j} \\ \vec{e_\theta} = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} \end{cases}$

$\begin{cases} \vec{e_\rho} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} \\ \vec{e_\theta} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j} \end{cases}$

$\vec{e_\rho} \cdot \vec{e_\theta} = 0 \Rightarrow \vec{e_\rho} \perp \vec{e_\theta}$.

$d\vec{e_\rho} = -\sin\theta\,d\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,d\theta\,\vec{j}$

$= e_\theta\,d\theta \Rightarrow \vec{e_\theta} = \dfrac{d\vec{e_\rho}}{d\theta}$.

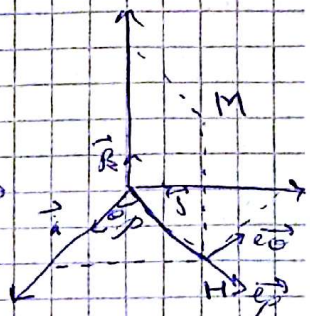
$d\vec{e_\theta} = -\cos\theta\,d\theta\,\vec{i} - \sin\theta\,d\theta\,\vec{j}$

$= -\vec{e_\rho}\,d\theta \Rightarrow \vec{e_\rho} = -\dfrac{d\vec{e_\theta}}{d\theta}$.

+ coord cylindriques :

on définit M par sa coord z et par les coord polaires (ρ, θ), de sa projection sur le plan xOy

$\begin{cases} \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HM} = \rho\vec{e_\rho} + z\vec{k} \\ \text{Vecteurs unitaires } \vec{e_\rho}, \vec{e_\theta}, \vec{k} \\ d\vec{e_\rho} = \vec{e_\theta}\,d\theta \;;\; d\vec{e_\theta} = -\vec{e_\rho}\,d\theta \end{cases}$



+ coord sphériques :

on définit M par la longueur $r = OM$ les 2 angles θ et φ.

pour exprimer $\vec{e_r}$ en $f(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

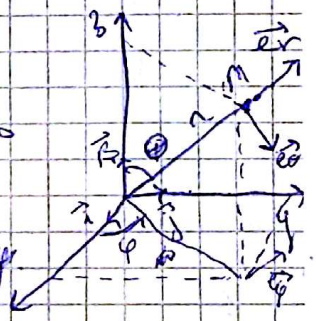
on projette $\vec{e_r}$ sur l'axe Oz

$|\vec{e_r}|\cos\theta$ avec $|\vec{e_r}| = 1$.

on projette $\vec{e_r}$ dans le plan xOy.

$|\vec{e_r}|\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = |\vec{e_r}|\sin\theta$

$1\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = r\sin\theta$.



ensuite cette projection $(|\vec{e_r}|\sin\theta)$ est projetée

- sur Ox : $|\vec{e_r}|\sin\theta\cos\varphi$
- sur Oy : $|\vec{e_r}|\sin\theta\sin\varphi$ d'où :

$\vec{e_r} = \sin\theta\cos\varphi\,\vec{i} + \sin\theta\sin\varphi\,\vec{j} + \cos\theta\,\vec{k}$.

- pour exprimer $\vec{e_\theta} = f(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on remarque que $\vec{e_\theta} \perp \vec{e_r}$.

$\Rightarrow \vec{e_\theta}$ fait l'angle $= \frac{\pi}{2} + \theta$.

$\vec{e_\theta} = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\cos\varphi\,\vec{i} + \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\sin\varphi\,\vec{j} + \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)\vec{k}$

$\vec{e_\theta} = \cos\theta\cos\varphi\,\vec{i} + \cos\theta\sin\varphi\,\vec{j} - \sin\theta\,\vec{k}$.

Scanned by CamScanner

$\vec{e_\varphi}$ est contenue dans le plan moy

$\vec{e_\varphi} = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)\vec{i} + \cos\varphi\,\vec{j}$.

$\vec{e_\varphi} = -\sin\varphi\,\vec{i} + \cos\varphi\,\vec{j}$.

$d\vec{e_r} = \frac{\partial \vec{e_r}}{\partial\theta}d\theta + \frac{\partial \vec{e_r}}{\partial\varphi}d\varphi$

$= (\cos\theta\cos\varphi\,\vec{i} + \cos\theta\sin\varphi\,\vec{j} - \sin\theta\,\vec{k})\,d\theta$

$+ (-\sin\theta\sin\varphi\,\vec{i} + \sin\theta\cos\varphi\,\vec{j})\,d\varphi$

$d\vec{e_r} = \vec{e_\theta}\,d\theta + \sin\theta(-\sin\varphi\,\vec{i} + \cos\varphi\,\vec{j})\,d\varphi$.

$d\vec{e_r} = d\theta\,\vec{e_\theta} + \sin\theta\,d\varphi\,\vec{e_\varphi}$. de même:

$d\vec{e_\theta} = -\vec{e_r}\,d\theta + \cos\theta\,d\varphi\,\vec{e_\varphi}$.

$d\vec{e_\varphi} = (-\cos\varphi\,\vec{i} - \sin\varphi\,\vec{j})\,d\varphi$

$\Rightarrow d\vec{e_\varphi} \perp \vec{e_\varphi}$.

VIII -

$dS = r^2\sin\theta\,d\theta\,d\varphi$

$dV = dr\,dS$

$Q_t = \rho\int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin\theta\,d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$

$Q_t = \rho\frac{r^3}{3}\int_0^R [-\cos\theta]_0^\pi\,[\varphi]_0^{2\pi}$

$= \rho\frac{R^3}{3}[1+1]\cdot 2\pi$.

$Q_t = \frac{4}{3}\pi R^3\rho$.

b - Symétrie et invariance:

* Symétrie: tout plan coupant la sphère selon son diamètre est plan de symétrie
* l'intersection de 2 plans de symétrie est axe de symétrie
* l'intersection de 2 axes de symétrie est un centre de symétrie.
* invariance: la distribution est invariante par toute rotation autour

En coord sphériques: $\vec{OM}(r,\theta,\varphi)$.

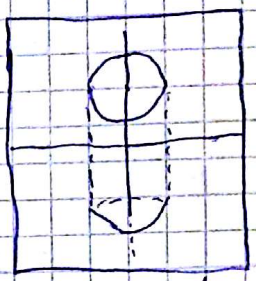
$\vec{OM} = r\sin\theta\cos\varphi\,\vec{i} + r\sin\theta\sin\varphi\,\vec{j} + r\cos\theta\,\vec{k}$.

Il y a invariance par rotation θ et φ donc la distribution de charge ne dépend pas de θ et φ

distribution de charge ne dépend que de r.

b) Symétrie:

1. tout plan P_i coupant le cylindre selon son diamètre est un plan de symétrie.



* l'intersection de ces P_i donne un axe de symétrie (Oz)
2. le plan P qui coupe le cylindre à $z = \frac{h}{2}$ (Oxy) est un plan de symétrie.
* l'intersection de P_i et de P $\Rightarrow$ les axes $\Delta_i \perp$ à $z = \frac{h}{2}$.
* l'intersection de Δ_i et $Oz \Rightarrow$ le point de symétrie $O_1(0,0,\frac{h}{2})$ centre de symétrie.

3) Invariance. * par rotation.

* par translation

d. $h \to \infty$ (cylindre infini)

symétrie:

1. idem qu'avant.
2. tout plan qui coupe le cylindre $\perp Oz$ est plan de symétrie $\Rightarrow$ tout axe $\Delta \perp Oz$ est axe de symétrie.
3. tout point de Oz est centre de symétrie

Invariance?

* par rotation. * par translation.

Scanned by CamScanner